

Sommaire

Introduction	18	Algèbre et dualité	
Notations	20		
1 Convergence et limites	23	17 Bras et Kets	389
2 L'intégrale selon Lebesgue	67	18 Tenseurs	415
3 Calcul intégral	85	19 Formes différentielles	439
		20 Groupes et représentations	465
Analyse Complexe		Probabilités	
4 Fonctions holomorphes	99	21 Introduction aux probabilités	481
5 Singularités et résidus	119	22 Variables aléatoires	495
6 Compléments	143	23 Théorèmes limites	535
7 Transformations conformes	159		
Distributions		Annexes & Tables	
8 Distributions I	185	A Rappels d'analyse et d'algèbre	557
9 Distributions II	213	B Éléments de calcul différentiel	569
		C Quelques démonstrations	581
		D Tables	587
Analyse de Fourier		Références	593
10 Espaces de Hilbert	245	Table des portraits	598
11 Séries de Fourier	265	Index	599
12 T. de Fourier des fonctions	287		
13 T. de Fourier des distributions	305		
14 Transformation de Laplace	331		
15 Applications physiques de la TF	349		
16 Fonctions de Green	367		

Table des matières

Pourquoi ce livre ?	18
Index des notations	20
1 Convergences et limites	23
1.1 Le problème des limites en physique	23
1.1.a Un paradoxe énergétique	23
1.1.b Roméo, Juliette et les fluides visqueux	27
1.1.c Barrière de potentiel en mécanique quantique	28
1.1.d Filtre semi-infini se comportant comme un guide d'onde	30
1.2 Suites et séries	33
1.2.a Suites à valeurs dans un espace vectoriel normé	33
1.2.b Séries	34
1.2.c Séries absolument convergentes	35
1.2.d Espaces complets	36
1.2.e Suites de Cauchy	36
1.2.f Séries semi-convergentes	39
1.2.g Méthodes de point fixe et espaces complets	41
1.2.h Séries doublement infinies	43
1.2.i Convergence d'une série à double indice, théorème de Fubini	43
1.3 Suites et séries de fonctions	44
1.3.a Suites de fonctions	44
1.3.b Application aux suites doubles	48
1.3.c Séries de fonctions	49
1.4 Séries entières	50
1.4.a Formules de Taylor	50
1.4.b Une expérience numérique simple	51
1.4.c Rayon d'une série entière	53
1.4.d Fonctions analytiques	54
1.5 Séries asymptotiques et séries divergentes	55
1.5.a Séries asymptotiques	55
1.5.b Séries divergentes et développement asymptotique	57
<i>Exercices</i>	61
2 L'intégrale selon Lebesgue	67
2.1 L'intégrale selon B. Riemann	67
2.2 L'intégrale selon H. Lebesgue	70
2.2.a Principe de la construction (cas positif)	70
2.2.b Construction (canonique) de l'intégrale de Lebesgue	71
2.2.c Espaces L^1	74
2.2.d Espace L^2 , espaces L^p	75
2.3 Tribus et mesure de Lebesgue	76
2.3.a Tribus et boréliens	76
2.3.b Mesure de Lebesgue	78
<i>Encadré : Mesure de Lebesgue sur l'ensemble des boréliens</i>	79
2.3.c Tribu de Lebesgue	79
2.3.d Ensembles négligeables	80
2.3.e Mesure sur \mathbf{R}^n	81
2.3.f D'autres intégrales ?	81
<i>Exercices</i>	81
<i>Encadré : Un ensemble non mesurable</i>	83
3 Calcul intégral	85
3.1 L'intégrabilité en pratique	85
3.1.a Fonctions étalon	85
3.1.b Théorèmes de comparaison	86
3.1.c Intégrale et primitive : le théorème fondamental de l'analyse	86

3.2	Permuter une intégrale et une limite (ou une somme)	87
3.3	Intégrales paramétrées	89
3.3.a	Continuité d'une intégrale à paramètre	89
3.3.b	Dérivation sous le signe somme	90
3.3.c	Holomorphicité d'une intégrale à paramètre	91
3.3.d	Cas où le paramètre est également dans les bornes	91
3.4	Intégrales doubles	92
3.5	Changement de variables	93
3.6	Produit de convolution	94
	<i>Exercices</i>	96
4	Analyse complexe — fonctions holomorphes	99
4.1	Fonctions holomorphes	99
4.1.a	Dérivation au sens complexe, conditions de Cauchy-Riemann	100
4.1.b	Exemples	102
4.1.c	Les opérateurs $\partial/\partial z$ et $\partial/\partial \bar{z}$	102
4.2	Intégrales de contour et théorème de Cauchy	103
4.2.a	Intégration sur des chemins	103
4.2.b	Indice d'un chemin	106
4.2.c	Divers théorèmes de Cauchy	106
4.3	Propriétés des fonctions holomorphes	109
4.3.a	Formules de Cauchy	109
4.3.b	Holomorphicité et analyticité	110
4.3.c	Principe du maximum	113
4.3.d	Théorème de Green-Riemann	113
4.3.e	Classification des zéros d'une fonction holomorphe	114
4.3.f	Conséquences, rigidité des fonctions holomorphes	115
	<i>Exercices</i>	116
	<i>Encadré : Différentiabilité d'une fonction dans \mathbf{R}^2</i>	118
5	Singularités et résidus	119
5.1	Singularités d'une fonction	119
5.2	Fonctions méromorphes, séries de Laurent	121
5.2.a	Introduction	121
5.2.b	Fonctions méromorphes	121
5.2.c	Développement en série de Laurent d'une fonction méromorphe	122
5.2.d	Séries de Laurent	123
5.2.e	Exemples de séries de Laurent	124
5.2.f	Théorème des résidus	125
5.2.g	Calcul pratique des résidus	127
5.3	Applications aux calculs d'intégrales et de sommes	128
5.3.a	Lemmes de Jordan	128
5.3.b	Intégrales sur \mathbf{R} d'une fraction rationnelle	129
5.3.c	Intégrales de type Fourier	130
5.3.d	Intégrales sur le cercle unité d'une fraction rationnelle	133
5.3.e	Calcul de sommes infinies	134
	<i>Exercices</i>	137
6	Compléments d'analyse complexe	143
6.1	Logarithme complexe; fonctions multivaluées	143
6.1.a	Les logarithmes complexes	143
6.1.b	La fonction racine carrée	144
6.1.c	Fonctions multivaluées; surfaces de Riemann	145
6.2	Fonctions harmoniques	147
6.2.a	Fonctions harmoniques réelles	147
6.2.b	Lien avec les fonctions holomorphes	148
6.2.c	Fonctions harmoniques complexes	149
6.3	Prolongements analytiques	150
6.4	Singularités à l'infini	151
6.5	Méthode du col	153
6.5.a	La méthode de Laplace	153
6.5.b	Méthode de la phase stationnaire	154
6.5.c	Méthode générale du col	155
	<i>Exercices</i>	157
7	Transformations conformes	159
7.1	Transformations conformes	159

7.1.a	Généralités	159
7.1.b	Théorème de Riemann	161
7.1.c	Exemples de transformations conformes	162
7.1.d	La transformation de Schwarz-Christoffel	165
7.2	Application à la théorie du potentiel	167
7.2.a	Transformation de l'équation $\Delta\varphi = \delta$	167
7.2.b	Application à l'électrostatique	169
7.2.c	Application à l'hydrodynamique	170
7.2.d	Théorie du potentiel, paratonnerres, percolation	173
7.3	Problème de Dirichlet et noyau de Poisson	175
	<i>Exercices</i>	179
8	Distributions I	185
8.1	Approche physique	185
8.1.a	Problème des distributions de charges	185
8.1.b	Problème des forces lors d'un choc élastique	187
8.2	Définitions et exemples de distributions	188
8.2.a	Distributions régulières	190
8.2.b	Distributions singulières	191
8.2.c	Support d'une distribution	192
8.2.d	Valeur principale de Cauchy	193
8.3	Opérations sur les distributions	193
8.3.a	Changements de variable affines	193
8.3.b	Dérivée d'une distribution	196
8.3.c	Un exemple : le noyau de la chaleur	197
8.4	Variations sur la distribution de Dirac	199
8.4.a	Distribution de Heaviside	199
8.4.b	Distributions de Dirac à plusieurs dimensions	199
8.4.c	La distribution δ' sur \mathbf{R}	201
8.4.d	La distribution δ' dans l'espace; dipôles	202
8.4.e	Composition de δ avec une fonction	203
8.4.f	Densités de charge et de courant en relativité restreinte	204
8.5	Dérivation d'une fonction discontinue	205
8.5.a	Dérivation d'une fonction discontinue en un point	205
8.5.b	Dérivation d'une fonction discontinue sur une surface \mathcal{S}	207
8.5.c	Laplacien d'une fonction discontinue sur une surface \mathcal{S}	209
8.5.d	Application : laplacien de $1/r$ en trois dimensions	210
9	Distributions II	213
9.1	Valeur principale de Cauchy	213
9.1.a	Définition	213
9.1.b	Application au calcul de certaines intégrales	214
9.1.c	Notations de Feynman	215
9.1.d	Relations de Kramers-Kronig	216
9.1.e	Quelques équations au sens des distributions	218
9.2	La convolution	219
9.2.a	Produit tensoriel de deux fonctions	219
9.2.b	Produit tensoriel de deux distributions	220
9.2.c	Convolution de deux fonctions	221
9.2.d	Notion de mesure floue	223
9.2.e	Convolution de deux distributions	223
9.2.f	Applications	225
9.2.g	Équation de Poisson	226
9.2.h	Interprétation physique des opérateurs de convolution	226
9.2.i	Convolution discrète	229
9.3	Notions de topologie dans \mathcal{D}'	229
9.3.a	Convergence faible dans \mathcal{D}'	229
9.3.b	Suites de fonctions convergeant vers δ	230
9.3.c	Convergence dans \mathcal{D}' et convergence au sens des fonctions	233
9.3.d	Régularisation d'une distribution	233
9.3.e	Continuité de la convolution	234
9.4	Algèbres de convolution	234
9.5	Résolution d'une équation différentielle avec conditions initiales	236
9.5.a	Cas d'une équation du premier ordre	236
9.5.b	Cas de l'oscillateur harmonique	237
9.5.c	Autres équations provenant de la physique	238
	<i>Exercices</i>	238

10	Espaces de Hilbert	245
10.1	Introduction : insuffisance des bases algébriques	245
10.2	Espaces préhilbertiens	246
10.2.a	Produits scalaires, normes et inégalités	246
10.2.b	Calculs en dimension finie	248
10.2.c	Projection sur un SEV de dimension finie	249
10.2.d	Inégalité de Bessel	250
10.3	Espaces de Hilbert	251
10.3.a	Bases hilbertiennes	251
10.3.b	L'espace ℓ^2	254
10.3.c	L'espace $L^2[0; a]$	255
10.3.d	L'espace $L^2(\mathbf{R})$	256
10.4	Polynômes orthogonaux	257
10.4.a	Espace L^2_w , polynômes orthogonaux	257
10.4.b	Zéros des polynômes orthogonaux	258
10.4.c	Formule de récurrence	259
10.4.d	Formule de Rodrigues	259
10.4.e	Polynômes orthogonaux et bases hilbertiennes	260
10.4.f	Polynômes de Legendre, quadratures et développements multipolaires	261
10.4.g	Harmoniques sphériques	263
	<i>Encadré : Procédé d'orthogonalisation et d'orthonormalisation</i>	264
11	Séries de Fourier	265
11.1	Introduction	265
11.1.a	Analyse et synthèse de Fourier	265
11.1.b	Fourier et l'équation de la chaleur	266
11.2	Série de Fourier d'une fonction L^2	267
11.2.a	Cadre géométrique (structure hilbertienne)	267
11.2.b	Coefficients de Fourier d'une fonction L^2	268
11.2.c	Extension et propriétés des coefficients de Fourier	270
11.3	Reconstruire la fonction : synthèse de Fourier	272
11.3.a	Convergence quadratique : Parseval	272
11.3.b	Le théorème de Riesz-Fisher : de L^2 à ℓ^2 et retour	274
11.3.c	Convergence ponctuelle : Dirichlet	274
11.3.d	Convergence uniforme : Fejér	276
11.4	Extensions	279
11.4.a	Fonctions T-périodiques	279
11.4.b	Rapide extension aux distributions	279
11.4.c	Les polynômes trigonométriques et le théorème de Cantor	280
	<i>Exercices</i>	280
12	Transformée de Fourier des fonctions	287
12.1	Transformée de Fourier d'une fonction de L^1	287
12.1.a	Définition	287
12.1.b	Exemples	288
12.1.c	Espace L^1	289
12.1.d	Propriétés élémentaires	289
12.1.e	Inversion	291
12.1.f	Extension de la formule d'inversion	293
12.2	Propriétés de la transformation de Fourier	294
12.2.a	Transposition, translation et dilatation	294
12.2.b	Dérivation	294
12.2.c	Fonctions à décroissance rapide	296
12.3	Transformée de Fourier d'une fonction de L^2	296
12.3.a	Espace \mathcal{S}	297
12.3.b	Transformée de Fourier dans L^2	298
12.4	Transformées de Fourier et convolution	299
12.4.a	Formule de convolution	299
12.4.b	Cas particuliers de la formule de convolution	300
12.5	Autres conventions pour définir la TF	301
12.6	Tableau synoptique	301
	<i>Exercices</i>	302
	<i>Encadré : Prolongement d'un opérateur linéaire continu</i>	304
13	Transformée de Fourier des distributions	305
13.1	Définition et propriétés	305
13.1.a	Distributions tempérées	306

13.1.b	Transformées de Fourier des distributions tempérées	307
13.1.c	Exemples	308
13.1.d	Transformation de Fourier à plusieurs dimensions	309
13.1.e	Formule d'inversion	311
13.2	Peigne de Dirac	311
13.2.a	Définition et propriétés	311
13.2.b	Transformée de Fourier d'une fonction périodique	313
13.2.c	Formule sommatoire de Poisson	313
13.2.d	Application aux calculs de séries	314
13.3	Phénomène de Gibbs	315
13.4	Application à l'optique physique	317
13.4.a	Lien entre diaphragme et figure de diffraction	317
13.4.b	Diaphragme composé d'une infinité de fentes infiniment fines	318
13.4.c	Nombre fini de fentes infiniment fines	319
13.4.d	Nombre fini de fentes de dimension finie	321
13.4.e	Pupille circulaire	322
13.5	Limitations de l'analyse de Fourier et ondelettes	324
	<i>Exercices</i>	326
14	Transformation de Laplace	331
14.1	Définition et sommabilité	331
14.1.a	Définition	331
14.1.b	Sommabilité	332
14.2	Inversion	336
14.3	Propriétés élémentaires et exemples de transformées de Laplace	337
14.3.a	Translation	337
14.3.b	Convolution	337
14.3.c	Dérivation et intégration	337
14.3.d	Théorèmes de la valeur initiale, de la valeur finale	339
14.3.e	Exemples	340
14.4	Transformation de Laplace des distributions	341
14.4.a	Définition	341
14.4.b	Propriétés	341
14.4.c	Exemples	342
14.4.d	Transformée en z	342
14.4.e	Lien entre transformées de Laplace et de Fourier	343
14.5	Applications physiques ; problème de Cauchy	344
14.5.a	Importance du problème de Cauchy	344
14.5.b	Un exemple simple	344
14.5.c	Évolution libre du champ électromagnétique	345
	<i>Exercices</i>	347
15	Applications physiques de la transformée de Fourier	349
15.1	Justification de l'analyse en régime sinusoïdal	349
15.2	Champs longitudinaux et champs transverses	351
15.3	Relations d'incertitude de Heisenberg	352
15.4	Signaux analytiques	356
15.5	Autocorrélation d'une fonction d'énergie finie	359
15.5.a	Définition et propriétés	359
15.5.b	Intercorrélation	360
15.6	Fonctions de puissance finie	360
15.6.a	Définitions	360
15.6.b	Autocorrélation	360
15.7	Application à l'optique : théorème de Wiener-Khintchine	361
15.8	Échantillonnage et théorème de Shannon	363
	<i>Exercices</i>	365
16	Fonctions de Green	367
16.1	Généralités sur les fonctions de Green	367
16.2	Un exemple pédagogique : l'oscillateur harmonique	368
16.2.a	Utilisation de la transformation de Laplace	369
16.2.b	Utilisation de la transformation de Fourier	370
16.3	Électromagnétisme et opérateur de d'Alembert	372
16.3.a	Calcul des fonctions de Green avancée et retardée	373
16.3.b	Potentiels retardés	376
16.3.c	Cas des dimensions inférieures	376
16.3.d	Écriture covariante des fonctions de Green avancée et retardée	379

16.3.e	Rayonnement	379
16.4	Équation de la chaleur	380
16.4.a	Cas unidimensionnel : fonction de Green du problème	380
16.4.b	Cas unidimensionnel : conditions initiales	382
16.4.c	Cas tridimensionnel	383
16.5	Mécanique quantique	384
16.6	Équation de Klein-Gordon	386
	<i>Exercices</i>	388
17	Bras, kets et toutes ces sortes de choses	389
17.1	Rappels de dimension finie	389
17.1.a	Produit scalaire et théorème de représentation	389
17.1.b	Adjoint	390
17.1.c	Endomorphismes symétriques ou hermitiens	391
17.2	Kets et Bras	392
17.2.a	Kets $ \psi\rangle \in \mathcal{H}$	392
17.2.b	Bras $\langle\psi \in \mathcal{H}'$	392
17.2.c	Bras généralisés	394
17.2.d	Kets généralisés	395
17.2.e	« $\text{Id} = \sum \varphi_n\rangle \langle\varphi_n $ »	396
17.2.f	Bases généralisées	396
17.3	Opérateurs linéaires	398
17.3.a	Opérateurs	398
17.3.b	Adjoint	400
17.3.c	Opérateurs bornés, fermés, fermables	401
17.3.d	Spectre discret et spectre continu	402
17.4	Opérateurs hermitiens ; opérateurs auto-adjoints	404
17.4.a	Définitions	404
17.4.b	Éléments propres	406
17.4.c	Vecteurs propres généralisés	407
17.4.d	Représentation « matricielle »	408
17.4.e	Résumé des propriétés des opérateurs P et X	411
	<i>Exercices</i>	413
18	Tenseurs	415
18.1	Tenseurs dans un espace affine	415
18.1.a	Vecteurs	415
18.1.b	Convention d'Einstein	417
18.1.c	Formes linéaires	417
18.1.d	Applications linéaires	420
18.1.e	Transformations de Lorentz	420
18.2	Produit tensoriel d'espaces ; tenseurs	421
18.2.a	Existence du produit tensoriel de deux espaces	421
18.2.b	Produit tensoriel de deux formes linéaires : tenseurs d'ordre $\binom{0}{2}$	422
18.2.c	Produit tensoriel de deux vecteurs : tenseurs d'ordre $\binom{2}{0}$	423
18.2.d	Applications linéaires : tenseurs d'ordre $\binom{1}{1}$	424
18.2.e	Tenseurs d'ordre $\binom{p}{q}$	426
18.3	La métrique : monter et descendre les indices	427
18.3.a	Métrique et pseudo-métrique	427
18.3.b	Dualité naturelle par la métrique	428
18.3.c	Gymnastique : élever et abaisser des indices	430
18.4	Opérations sur les tenseurs	432
18.5	Changements de coordonnées	433
18.5.a	Coordonnées curvilignes	433
18.5.b	Vecteurs de base	434
18.5.c	Transformation des vecteurs physiques	436
18.5.d	Transformation des formes linéaires	437
18.5.e	Transformation d'un champ de tenseurs quelconque	437
18.5.f	Brève conclusion	438
19	Formes différentielles	439
19.1	Formes différentielles de degré 1	439
19.1.a	Définition	439
19.1.b	Intégrale sur un chemin	440
19.1.c	Intégrale d'une différentielle	441

19.1.d	Formes exactes, formes fermées	442
19.1.e	Théorème de Poincaré	443
19.2	Algèbre extérieure	445
19.2.a	2-formes extérieures	445
19.2.b	k -formes extérieures	446
19.2.c	Produit extérieur	447
19.3	Formes différentielles	449
19.3.a	Définition	449
19.3.b	Dérivée extérieure	449
19.3.c	Intégrer une n -forme sur \mathbf{R}^n	450
19.3.d	Intégrer une 2-forme sur une 2-surface	450
19.3.e	Intégrer une k -forme sur une k -surface	451
	<i>Encadré : Intégration des formes différentielles</i>	452
19.3.f	Formules de Stokes	453
19.3.g	Théorème de Poincaré	454
19.4	Calcul vectoriel et électromagnétisme classique	455
19.4.a	Stokes et les formes différentielles dans \mathbf{R}^3	455
19.4.b	Poincaré et l'existence du potentiel scalaire électrostatique	456
19.4.c	Poincaré et l'existence du potentiel vecteur	457
19.4.d	Monopôles magnétiques	457
19.5	L'électromagnétisme dans le langage des formes différentielles	458
20	Groupes et représentations de groupes	465
20.1	Groupes, morphismes, représentations	465
20.1.a	Groupes	465
20.1.b	Morphismes	466
20.1.c	Représentations de groupes	467
20.2	Le groupe $SO(3)$ et les vecteurs	468
20.3	Le groupe $SU(2)$ et les spineurs	471
	<i>Encadré : Double connexité de $SO(3)$ et tour de magie</i>	476
20.4	Sphère de Riemann et spin	479
	<i>Exercices</i>	480
21	Introduction aux probabilités	481
21.1	Introduction	482
21.2	Définitions élémentaires	483
21.2.a	Le mystérieux univers Ω	484
21.2.b	Événements	484
21.2.c	Probabilités	487
21.2.d	Formule de Poincaré	488
21.3	Probabilités conditionnelles	489
21.4	Événements indépendants	491
	<i>Exercices</i>	493
22	Variables aléatoires	495
22.1	Qu'est-ce qu'une variable aléatoire ?	495
22.2	Lois, fonctions de répartition, densité	496
22.2.a	Loi de probabilité, fonction de répartition	496
22.2.b	Variables aléatoires discrètes	499
22.2.c	Lois discrètes classiques	499
22.2.d	Loi de Poisson	501
22.2.e	Variables aléatoires (absolument) continues	503
22.2.f	Lois classiques à densité	505
22.3	Espérance et variance	507
22.3.a	Espérance : cas discret	507
22.3.b	Espérance : cas continu et généralisation	509
22.3.c	Variance et écart-type	510
22.3.d	Moments d'ordres supérieurs	511
22.3.e	Moyenne et médiane	512
22.4	Vecteurs aléatoires	513
22.4.a	Couples discrets	513
22.4.b	Couples absolument continus	514
22.4.c	Covariance	516
22.4.d	Vecteurs aléatoires	519
22.5	Indépendance	519
22.5.a	Indépendance de deux variables aléatoires	519
	<i>Encadré : Propriétés des variables indépendantes</i>	521

22.5.b	Indépendance de n variables aléatoires	522
22.6	Image d'une variable aléatoire	523
22.6.a	Loi et densité	523
22.6.b	Fonction caractéristique	524
22.6.c	Fonction génératrice	525
22.6.d	Image d'un vecteur aléatoire	525
22.7	Somme et produit de variables aléatoires	526
22.7.a	Somme de variables aléatoires	526
22.7.b	Produit et quotient de variables à densité	527
<i>Exercices</i>		528
23	Théorèmes limites en probabilités	535
23.1	Introduction	535
23.2	Inégalité de Bienaymé-Tchebychev	537
23.3	Convergences en probabilité, presque sûre, en loi	540
23.4	La loi des grands nombres	541
23.5	Le théorème central limite	543
23.6	Approximations normales de lois discrètes	547
23.6.a	Approximation d'une loi binomiale par une loi normale	547
23.6.b	Approximation d'une loi de Poisson par une loi normale	549
23.6.c	Approximation normale et inégalité de Bienaymé-Tchebychev	550
<i>Exercices</i>		551

Annexes

A	Rappels d'analyse et d'algèbre	557
A.1	Espaces vectoriels normés	557
A.1.a	Normes et semi-normes	557
A.1.b	Boules et topologie	558
A.1.c	Densité	559
A.1.d	Topologie relative	560
A.1.e	Relations de comparaison	560
A.1.f	Compacité	560
A.1.g	Comparaison de normes	561
A.1.h	Complétude	561
A.1.i	Norme linéaire	562
A.1.j	Connexité, convexité...	563
A.2	Représentations matricielles	564
A.2.a	Dualité (calculs dans une base)	564
A.2.b	Dualité dans un espace vectoriel euclidien	565
A.2.c	Matrice d'une famille de vecteurs	565
A.2.d	Matrice d'une application linéaire	565
A.2.e	Matrice d'une forme linéaire, théorème de représentation	566
A.2.f	Changements de bases	566
A.3	Théorème spectral	568
<i>Exercice</i>		568
B	Éléments de calcul différentiel	569
B.1	Différentielle d'une fonction	569
B.1.a	Rappels sur la dérivée	569
B.1.b	Différentielle d'une fonction	570
B.1.c	Différentielle d'une composée	571
B.1.d	\mathcal{C}^k -difféomorphismes	571
B.2	Fonctions à valeurs réelles	573
B.2.a	Différentielle et gradient	573
B.2.b	Fonctions de classe \mathcal{C}^2	573
B.2.c	Surfaces et hypersurfaces	573
B.2.d	Théorème des fonctions implicites	574
B.2.e	Une étrange relation : $\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1$	575
B.3	Extrema liés et multiplicateurs de Lagrange	576
B.3.a	Le cas libre	576
B.3.b	Le point de vue algébrique (formes linéaires)	576
B.3.c	Le point de vue géométrique (gradients)	577
B.3.d	Mise en œuvre du théorème des extrema liés	578
B.3.e	Un exemple détaillé : température et facteur de Boltzmann	578
<i>Exercice</i>		579

C Quelques démonstrations	581
D Tables	587
Tables des transformées de Fourier et de Laplace	587
Tables des lois usuelles	591
Tables de la loi normale	592
Références	593
Liste alphabétique des portraits	598
Index	599