



T^{le}

MATHÉMATIQUES

Spé & Expertes

Approfondissements pour le supérieur

- ▶▶ Cours clair et rigoureux
- ▶▶ QCM, Vrai/Faux, exercices avec solutions
- ▶▶ Problèmes corrigés pour un entraînement à l'enseignement supérieur
- ▶▶ Approfondissements sur les notions fondamentales
- ▶▶ Annexes sur les notions transversales
- ▶▶ Formulaires complets

David **Azuelos**
Patrick **Cabau**



TABLE DES MATIÈRES

SPÉCIALITÉ MATHS	1
1 Calcul algébrique	3
1.1 Cours	3
1.1.1 Ensembles de nombres	3
1.1.2 Opérations dans \mathbb{R}	4
1.1.3 Puissances entières d'un réel	5
1.1.4 Racine carrée d'un réel positif ou nul	5
1.1.5 Relation d'ordre dans \mathbb{R}	5
1.1.6 Équations dans \mathbb{R}	8
1.1.7 Inéquations dans \mathbb{R}	9
1.1.8 Sommes et produits	9
1.2 Exercices	12
1.3 Corrigés	15
2 Combinatoire et dénombrement	23
2.1 Cours	23
2.1.1 p -listes	23
2.1.2 Arrangements et permutations	24
2.1.3 Combinaisons	25
2.2 Exercices	28
2.3 Corrigés	31
3 Suites	35
3.1 Cours	35
3.1.1 Généralités	35
3.1.2 Modes de génération d'une suite	35
3.1.3 Variations	37
3.1.4 Limites	38
3.1.5 Comportement asymptotique des suites monotones	41
3.2 Exercices	43
3.3 Corrigés	50

4	Limites de fonctions	67
4.1	Cours	67
4.1.1	Limite en un réel	67
4.1.2	Limite en $+\infty$ ou en $-\infty$	69
4.1.3	Opérations sur les limites	71
4.1.4	Limites et comparaison	73
4.1.5	Limite de la composée	74
4.2	Exercices	76
4.3	Corrigés	78
5	Continuité	83
5.1	Cours	83
5.1.1	Définition	83
5.1.2	Théorème des valeurs intermédiaires	85
5.1.3	Continuité et convergence de suites	85
5.2	Exercices	87
5.3	Corrigés	91
6	Dérivabilité	99
6.1	Cours	99
6.1.1	Dérivabilité en un point	99
6.1.2	Tangente à une courbe	100
6.1.3	Dérivées des fonctions usuelles	101
6.1.4	Opérations sur les dérivées	101
6.1.5	Dérivée de la composée de 2 fonctions	101
6.1.6	Applications de la dérivation	101
6.1.7	Convexité	103
6.2	Exercices	107
6.3	Corrigés	111
7	Fonction exponentielle	119
7.1	Cours	119
7.1.1	La fonction exponentielle	119
7.1.2	Propriétés algébriques	120
7.1.3	Limites	120
7.1.4	Tableau de variations	121
7.1.5	Courbe représentative	121
7.1.6	Exponentielle, égalités et inégalités	121
7.1.7	Fonctions de la forme e^u	122
7.2	Exercices	123
7.3	Corrigés	126
8	Logarithme népérien	135
8.1	Cours	135
8.1.1	Définition	135
8.1.2	Dérivabilité, variations et signe	135
8.1.3	Propriétés algébriques	136
8.1.4	Limites	136

8.1.5	Tableau de variations	137
8.1.6	Courbe représentative	137
8.1.7	Logarithme népérien, égalités et inégalités	137
8.1.8	Fonctions de la forme $\ln(u)$	138
8.2	Exercices	139
8.3	Corrigés	142
9	Fonctions trigonométriques	151
9.1	Cours	151
9.1.1	Fonction cosinus	151
9.1.2	Fonction sinus	151
9.1.3	Fonction tangente	152
9.2	Exercices	153
9.3	Corrigés	157
10	Calcul intégral	165
10.1	Cours	165
10.1.1	Primitives d'une fonction	165
10.1.2	Fonctions composées primitives	166
10.1.3	Linéarité de la primitivation	166
10.1.4	Intégrale d'une fonction	168
10.1.5	Intégrale et primitives	170
10.1.6	Propriétés de l'intégrale	171
10.1.7	Intégration par parties	173
10.2	Exercices	175
10.3	Corrigés	180
11	Équations différentielles	193
11.1	Cours	193
11.1.1	Généralités	193
11.1.2	Équation différentielle $y' = ay$	194
11.1.3	Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + f$	195
11.2	Exercices	196
11.3	Corrigés	199
12	Géométrie vectorielle	209
12.1	Cours	209
12.1.1	Vecteurs de l'espace. Translation	209
12.1.2	Droites et plans de l'espace	210
12.1.3	Caractérisation vectorielle du parallélisme	211
12.1.4	Positions relatives de droites et plans de l'espace	213
12.1.5	Intersections de plans	214
12.1.6	Géométrie analytique	214
12.1.7	Système d'équations paramétriques d'une droite de l'espace	216
12.1.8	Équation cartésienne d'un plan de l'espace	216
12.2	Exercices	217
12.3	Corrigés	220

13 Géométrie euclidienne	225
13.1 Cours	225
13.1.1 Produit scalaire dans l'espace	225
13.1.2 Géométrie analytique	228
13.2 Exercices	232
13.3 Corrigés	235
14 Probabilités	241
14.1 Cours	241
14.1.1 Langage des événements	241
14.1.2 Probabilités	242
14.1.3 Conditionnement. Indépendance	243
14.1.4 Variables aléatoires	245
14.1.5 Somme de variables aléatoires et produit par un réel	247
14.1.6 Schéma de Bernoulli et loi binomiale	247
14.1.7 Moyenne d'un échantillon	250
14.1.8 Concentration. Loi des grands nombres	250
14.2 Exercices	252
14.3 Corrigés	256
MATHS EXPERTES	263
15 Nombres complexes	265
15.1 Cours	265
15.1.1 L'ensemble des nombres complexes	265
15.1.2 Représentation géométrique	266
15.1.3 Équations du second degré dans \mathbb{C}	267
15.1.4 Module et arguments d'un complexe non nul	268
15.1.5 Formes trigonométriques	269
15.1.6 Formes exponentielles	269
15.1.7 Nombres complexes et géométrie	271
15.2 Exercices	273
15.3 Corrigés	276
16 Polynômes	283
16.1 Cours	283
16.1.1 Fonctions polynomiales	283
16.1.2 Racines d'une fonction polynomiale	283
16.1.3 Équations polynomiales	286
16.1.4 Inéquations polynomiales	287
16.2 Exercices	289
16.3 Corrigés	293
17 Arithmétique	305
17.1 Cours	305
17.1.1 Les ensembles de nombres \mathbb{N} et \mathbb{Z}	305
17.1.2 Divisibilité dans \mathbb{Z}	306

17.1.3	Congruences	309
17.1.4	PGCD	310
17.1.5	Théorème de Bézout	313
17.1.6	Théorème de Gauss	314
17.1.7	Nombres premiers	315
17.2	Exercices	319
17.3	Corrigés	324
18	Matrices. Graphes	337
18.1	Cours	337
18.1.1	Matrices	337
18.1.2	Graphes	342
18.1.3	Chaines de Markov	344
18.2	Exercices	347
18.3	Corrigés	351
PROBLÈMES _____		359
P1 Développements limités		361
P2 Irrationalité de $\exp(1)$		369
P3 Intégrales de Wallis et application		375
P4 Calcul de l'intégrale de Gauss		385
P5 Calcul de la somme d'Euler		393
P6 Produit scalaire de fonctions		399
APPROFONDISSEMENTS _____		407
I	Applications	409
I.1	Correspondances. Fonctions. Applications	409
I.2	Images directes et réciproques d'ensembles	414
II	Relations	415
II.1	Relations binaires	415
II.2	Relations d'équivalence	416
II.3	Relations d'ordre	417
III	Structures	421
III.1	Lois de composition	421
III.2	Groupes	423
III.3	Anneaux	426
III.4	Corps	426
III.5	Espaces vectoriels	427

IV Espaces affines	431
IV.1 Espace affine associé à un espace vectoriel	431
IV.2 Sous-espaces affines	432
IV.3 Applications affines	433
V Barycentre	435
V.1 Barycentre de 2 points	435
V.2 Barycentre de 3 points	436
V.3 Barycentre de n points	438
ANNEXES	439
A1 Notions de Logique. Ensembles	441
A1.1 Notions de logique	441
A1.2 Ensembles	443
A2 Divers modes de raisonnement	445
A2.1 Raisonnement par déduction	445
A2.2 Raisonnement par équivalence	445
A2.3 Raisonnement par analyse synthèse	446
A2.4 Raisonnement par contraposée	447
A2.5 Raisonnement par l'absurde	447
A2.6 Raisonnement par disjonction des cas	448
A2.7 Raisonnement par récurrence	448
A3 Langage Python	451
A3.1 Variables	451
A3.2 Fonctions en Python	452
A3.3 Structures conditionnelles	452
A3.4 Structures itératives	452
FORMULAIRES	455
F1 Trigonométrie	457
F2 Suites arithmétiques et géométriques	461
F3 Exponentielle et logarithme népérien	463
F4 Dérivées et primitives	465
F5 Nombres complexes	469
F6 Probabilités	471
Index	473