

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Analyse préliminaire</b>	<b>5</b>
1.1	Processus stochastiques . . . . .	5
1.2	Visualisation des données . . . . .	6
1.2.1	Chronogramme . . . . .	6
1.2.2	Décomposition d'une série temporelle . . . . .	8
1.2.3	Modèles multiplicatifs . . . . .	13
<b>I</b>	<b>Séries stationnaires</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>Processus stationnaires</b>	<b>19</b>
2.1	Stationnarité . . . . .	19
2.1.1	Définition . . . . .	19
2.1.2	Mémoire d'un processus . . . . .	21
2.1.3	Densité spectrale . . . . .	24
2.2	Fonctions empiriques et estimateurs . . . . .	24
2.2.1	Estimateur de la moyenne . . . . .	25
2.2.2	Estimateur de la mémoire . . . . .	25
2.3	Tests de bruit blanc . . . . .	27
2.3.1	Tests des autocorrélations . . . . .	27
2.3.2	Tests d'autocorrélation du Portemanteau . . . . .	30
2.3.3	Tests de normalité . . . . .	31
2.3.4	QQ-plot et test de Shapiro . . . . .	32
2.3.5	Tests de Jarque-Bera et d'Agostino . . . . .	33
2.3.6	Test de Kolmogorov-Smirnov (Test de Lilliefors) . . . . .	35
2.3.7	Prévisions . . . . .	36
2.3.8	Un exemple de modélisation par un bruit blanc . . . . .	38
2.4	Test KPSS de stationnarité . . . . .	41

<b>3</b>	<b>Processus ARMA</b>	<b>45</b>
3.1	Processus linéaires . . . . .	45
3.1.1	Processus ARMA . . . . .	45
3.1.2	Stationnarité d'un processus ARMA . . . . .	46
3.1.3	Mémoire d'un processus ARMA . . . . .	48
3.1.4	Représentation canonique d'un processus ARMA . . . . .	51
3.2	Modélisation par un ARMA . . . . .	52
3.2.1	Etapas de la modélisation . . . . .	52
3.2.2	Convergence des estimateurs empiriques . . . . .	53
3.2.3	Identification du processus ARMA . . . . .	56
3.2.4	Estimation d'un ARMA(p,q) . . . . .	65
3.2.5	Réduction du modèle . . . . .	67
3.2.6	Validation du modèle : tests de diagnostic des résidus . . . . .	68
3.2.7	Sélection du modèle . . . . .	71
3.2.8	Un exemple de modélisation par un modèle ARMA(p,q) . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Modèles pour l'hétéroscédasticité</b>	<b>85</b>
4.1	Hétéroscédasticité . . . . .	86
4.2	Modèles ARCH et GARCH . . . . .	88
4.2.1	Modèle ARCH(p) . . . . .	88
4.2.2	Modèle GARCH(p,q) . . . . .	89
4.3	Modélisation avec un processus GARCH . . . . .	90
4.3.1	Identification d'un GARCH(p,q) . . . . .	90
4.3.2	Estimation d'un GARCH(p,q) . . . . .	92
4.3.3	Réduction du modèle . . . . .	94
4.3.4	Validation du modèle : tests de diagnostic des résidus . . . . .	94
4.3.5	Estimation et prévision . . . . .	96
4.3.6	Sélection parmi plusieurs modèles . . . . .	101
4.4	Exemple de modélisation par un GARCH(p,q) . . . . .	103
4.4.1	Construction des modèles . . . . .	103
4.4.2	Comparaison des modèles avec la VaR . . . . .	107
<b>II</b>	<b>Séries non stationnaires</b>	<b>113</b>
<b>5</b>	<b>Non stationnarité</b>	<b>115</b>
5.1	Nature de la non stationnarité . . . . .	115
5.1.1	Exemples de processus NSM . . . . .	115
5.1.2	Exemples de processus NSV . . . . .	117
5.2	Tests de racine unitaire . . . . .	120
5.2.1	Test de Dickey et Fuller . . . . .	121

5.2.2	Test de Dickey et Fuller augmenté . . . . .	127
5.2.3	Test de Phillips et Perron . . . . .	128
5.2.4	Test d'Elliott, Rothenberg et Stock (ERS) . . . . .	130
5.2.5	Application des tests de stationnarité avec $\mathbf{R}$ . . . . .	131
5.2.6	Illustration de la Stratégie 5.1 . . . . .	137
5.3	Tests de racine unitaire saisonnière . . . . .	138
5.3.1	Test de Canova-Hansen (CH) . . . . .	138
5.3.2	Test de Osborn-Chui-Smith-Birchenhall (OCSB) . . . . .	139
5.3.3	Implémentation dans $\mathbf{R}$ . . . . .	141
<b>6</b>	<b>Tendance</b> . . . . .	<b>143</b>
6.1	Tendances déterministe et stochastique . . . . .	143
6.2	Détection d'une tendance . . . . .	144
6.3	Modélisation d'une tendance déterministe . . . . .	148
6.3.1	Principe . . . . .	148
6.3.2	Illustration sur la série <b>Temperature</b> . . . . .	149
6.4	Modélisation d'une tendance stochastique . . . . .	156
6.4.1	Principe . . . . .	156
6.4.2	Illustration sur la série <b>Temperature</b> . . . . .	157
6.5	Nature de la tendance . . . . .	159
6.5.1	Comparaison des modélisations de la série <b>Temperature</b> . . . . .	159
6.5.2	Application de la stratégie de test de non stationnarité basée sur la statistique de Dickey et Fuller . . . . .	162
6.5.3	Identification de la nature de la tendance . . . . .	164
<b>7</b>	<b>Saisonnalité</b> . . . . .	<b>167</b>
7.1	Saisonnalités déterministe et stochastique . . . . .	167
7.2	Détection de la composante saisonnière . . . . .	168
7.3	Identification de la saisonnalité $r$ . . . . .	172
7.3.1	Périodogramme . . . . .	172
7.3.2	Validation de la saisonnalité $r$ . . . . .	176
7.4	Choix <i>a priori</i> de la nature de la saisonnalité . . . . .	179
7.4.1	Principe . . . . .	179
7.4.2	Applications sur la série <b>tempdub</b> . . . . .	180
7.5	Modélisation d'une saisonnalité déterministe . . . . .	183
7.5.1	Moyennes saisonnières . . . . .	184
7.5.2	Régression harmonique . . . . .	187
7.5.3	Modélisation d'une saisonnalité stochastique . . . . .	193
7.6	Modélisation complémentaire avec un SARMA . . . . .	198
7.6.1	Processus SARMA(P,Q)[r] . . . . .	198
7.6.2	Processus SARMA(p,q)(P,Q)[r] multiplicatif . . . . .	200

7.6.3	Illustration sur la série tempdub . . . . .	200
<b>8</b>	<b>Exemple de modélisation complète</b>	<b>203</b>
8.1	Processus SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)[r] . . . . .	203
8.2	Les modèles dans $\mathbf{R}$ . . . . .	204
8.3	Illustration sur la série AirPassengers . . . . .	206
<b>III</b>	<b>Compléments</b>	<b>249</b>
<b>9</b>	<b>Séries à mémoire longue</b>	<b>251</b>
9.1	Introduction . . . . .	251
9.2	Caractérisation des séries à mémoire longue . . . . .	251
9.2.1	Bruit gaussien fractionnaire . . . . .	253
9.2.2	Processus ARFIMA . . . . .	254
9.2.3	Simulation de processus à longue mémoire . . . . .	256
9.3	Estimation des séries à mémoire longue . . . . .	259
9.3.1	Estimations empiriques ( $\mathbf{H}$ ) . . . . .	260
9.3.2	Estimations semi-paramétriques ( $\mathbf{H}$ ou $\mathbf{d}$ ) . . . . .	261
9.3.3	Estimations paramétriques ( $\mathbf{H}$ ou $\mathbf{d}$ ) . . . . .	263
9.3.4	Illustration sur des simulations d'un bruit gaussien frac- tionnaire . . . . .	265
9.3.5	Illustration sur des simulations d'un ARFIMA . . . . .	267
9.4	Test de longue mémoire . . . . .	269
9.5	Prévisions . . . . .	270
9.5.1	Prévisions pour les bruits gaussiens fractionnaires . . . . .	270
9.5.2	Prévisions pour les modèles ARFIMA . . . . .	271
9.6	Modélisation des séries à mémoire longue . . . . .	272
9.6.1	Modélisation par un processus à mémoire longue pure . . . . .	272
9.6.2	Modélisation par un bruit gaussien fractionnaire . . . . .	272
9.6.3	Modélisation par un ARFIMA(0,d,0) . . . . .	279
9.6.4	Modélisation par un processus à mémoire longue ayant une composante mémoire courte . . . . .	282
9.7	Les modèles à mémoire longue saisonniers . . . . .	292
9.7.1	Définition . . . . .	292
9.7.2	Modélisation par un SARFIMA de la série co2 . . . . .	295
	<b>Bibliographie</b>	<b>303</b>
	<b>Index</b>	<b>311</b>